

**Burkhard Priemer**

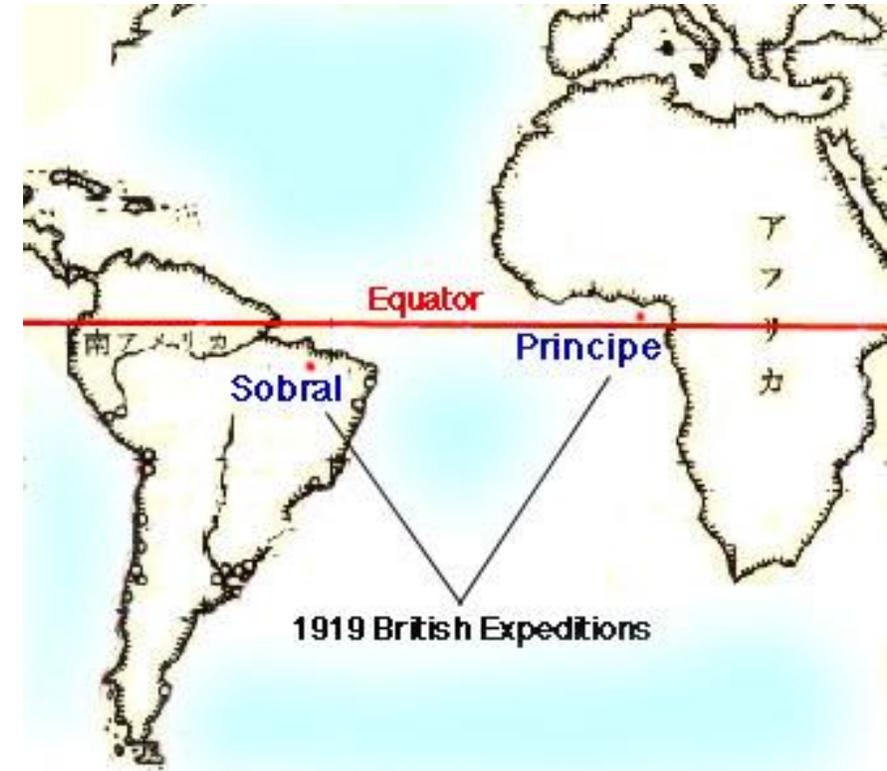
---

# Messunsicherheiten im Physikunterricht thematisieren

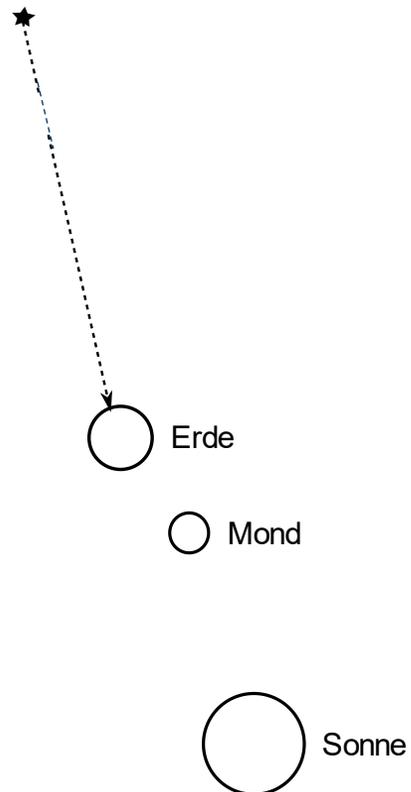
## Messunsicherheiten in der Wissenschaft

### Beispiel: Erste experimentelle Bestätigung der Relativitätstheorie

- Expedition von Eddington und Crommelin 1919 nach Principe (Republik Sao Tome und Principe) und Sobral (Brasilien)
- Lichtablenkung im Gravitationsfeld:  
Newton/Soldner  $0,87''$  vs. Einstein  $1,74''$
- Beobachtungen bei einer Sonnenfinsternis

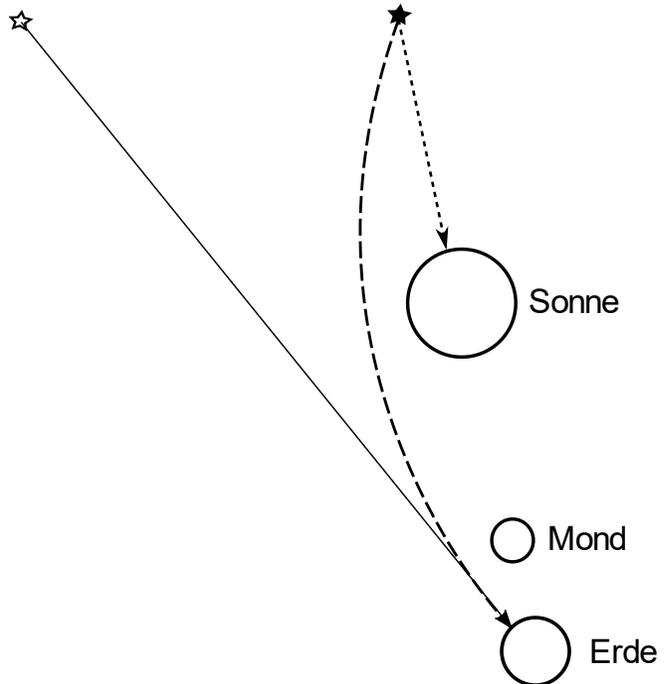


wahrer und gesehener Ort des Sterns



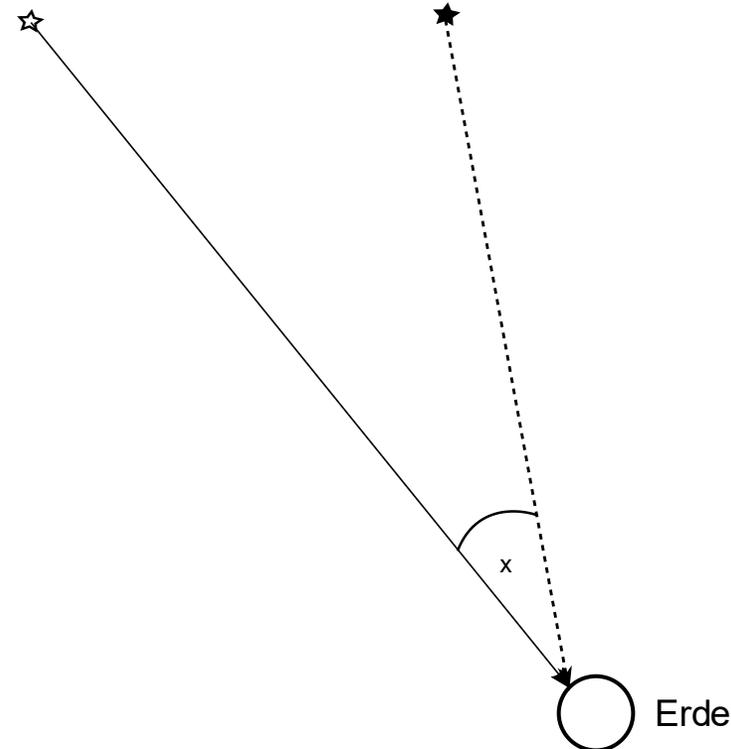
a)

gesehener Ort des Sterns



b)

Situation b)  
gesehener Ort  
des Sterns



18.12.2024

Situation a)  
wahrer und gesehener  
Ort des Sterns

# Messunsicherheiten in der Wissenschaft

## Beispiel: Erste experimentelle Bestätigung der Relativitätstheorie

- Lichtablenkung im Gravitationsfeld:  
Newton/Soldner  $0,87''$  vs. Einstein  $1,74''$
- Ergebnis Sobral:  $1,98'' \pm 0,16''$
- Ergebnis Principe:  $1,61'' \pm 0,40''$

Liebe Mutter!

Heute eine freudige Nachricht. H. A. Lorentz hat mir telegraphiert, dass die englischen Expeditionen die Lichtablenkung an der Sonne wirklich bewiesen haben. Majas schreibt auch wieder, dass Du ansetzt nur viel Schwere hast, sondern dass Du Dir auch noch einige Gedanken machen machest. Wie gern würde ich Dir wieder Gesellschaft leisten, dass Du nicht dem hässlichen Gefilde überlassen wärest! Aber im Weile werde ich doch lieber bleiben müssen und arbeiten. Auch nach Holland werde ich für einige Tage fahren, um mich überhaupt handhaben zu erwiesen, obwohl der Zeitverlust recht schmerzhaft ist.

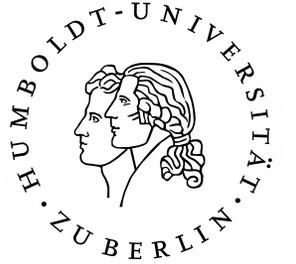
Postkarte an die Mutter, 27. September 1919

*Einstein: „Liebe Mutter!  
Heute eine freudige  
Nachricht. H. A. Lorentz hat  
mir telegraphiert, dass die  
englischen Expeditionen die  
Lichtablenkung an der Sonne  
wirklich bewiesen haben...“*

## Messunsicherheiten in der Wissenschaft

### Beispiel: Erste experimentelle Bestätigung der Relativitätstheorie

- Principe: Aufnahmen von sehr schlechter Qualität wegen schlechten Wetters (nur zwei brauchbare Bilder), Belichtung der Referenzplatten unter anderen Bedingungen
- Sobral: große Temperaturunterschiede veränderten die Justierung sehr stark („Verwackeln“ der Aufnahmen); die einzigen verwertbaren Bilder wurden mit einem kleinen Hilfsteleskop gemacht; Hauptmessung: 0,93“
- weitere Quellen für Unsicherheiten und Abweichungen: Ausdehnung der Fotoplatten aufgrund der Temperaturänderungen, Qualität der Fotoplatten war fragwürdig, Lichtablenkung durch atmosphärische Effekte



## Messunsicherheiten in der Wissenschaft

### Beispiel: Erste experimentelle Bestätigung der Relativitätstheorie

- Hawking (1988): (...) later examination of the photographs taken on that expedition showed [that the] errors were as great as the effect they were trying to measure. Their measurement had been sheer luck, or a case of knowing the result they wanted to get, not an uncommon occurrence in science

## Ziele des Vortrags

- Einblick in die Relevanz von Messunsicherheiten in der Schule geben
- Vorstellungen von Schüler:innen zu Messunsicherheiten aufzeigen
- Grundprinzipien eines (vereinfachten) Umgangs mit Messunsicherheiten vorschlagen
- Beispiele vorstellen

## Messunsicherheiten in Standards und Lehrplänen

### Bund (KMK)

- Bildungsstandards für die Allgemeine Hochschulreife, Physik (2020)
- Bildungsstandards für den mittleren Schulabschluss, Physik (2024)
- Einheitliche Prüfungsanforderungen in der Abiturprüfung, Physik (2004)

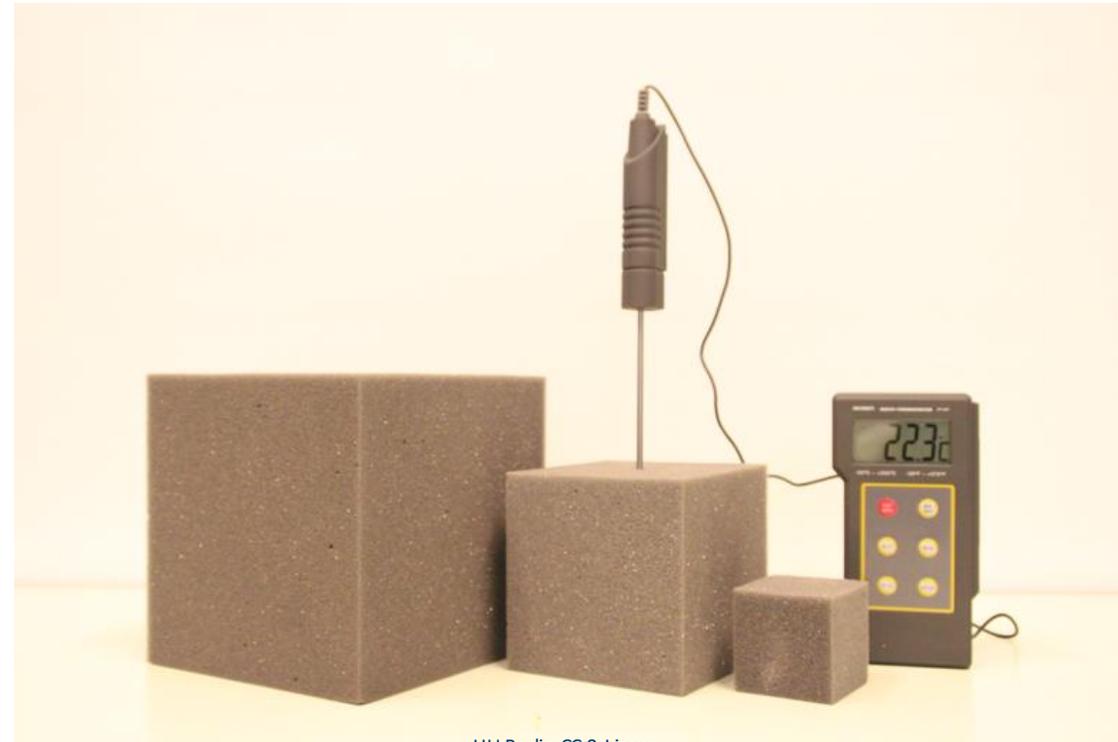
### Niedersachsen

- Kerncurriculum für das Gymnasium, Physik (2022)
- Kerncurriculum für das Gymnasium, Schuljahrgänge 5-10, Naturwissenschaften (2015)
- ...

# Zur Relevanz von Messunsicherheiten im Unterricht

## Beispiel 1: Temperaturmessungen

- Vor dem Experiment: 80 % von 48 Schüler/innen (14 Jahre) antworten, dass mit der Dicke des Materials die Temperatur innen steigt
- Nach dem Experiment: 50 %
- Schüler/in: *“Weil in dem kleineren (Würfel) waren es 22.1 (Celsius) oder 22.2 und im größeren waren es 22.3. Also steigt die Temperatur mit der Dicke des Materials.“*



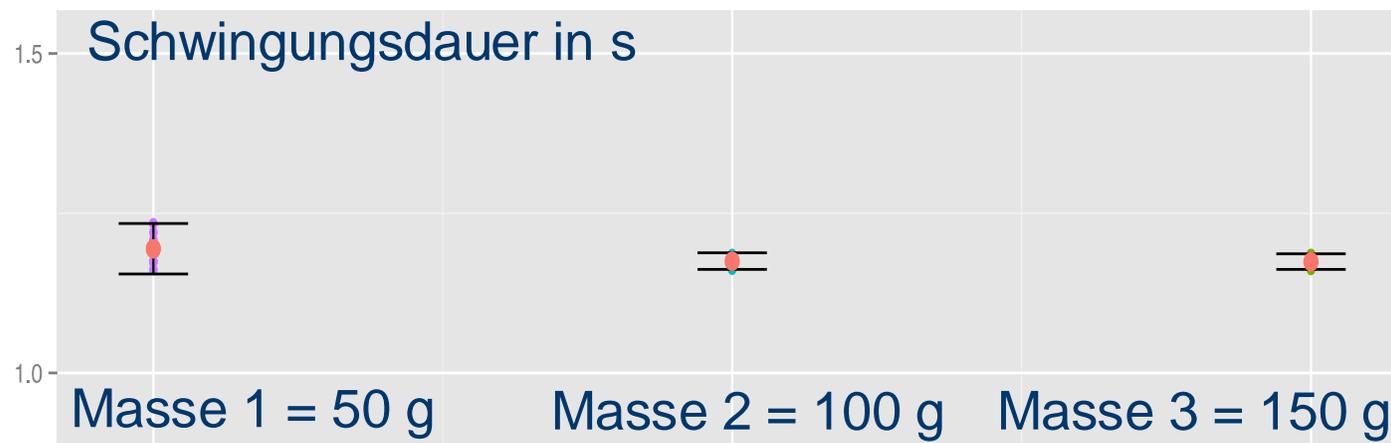
HU Berlin CC 0-Lizenz

# Zur Relevanz von Messunsicherheiten im Unterricht

## Beispiel 2: Zeitmessungen beim Fadenpendel

- Schüler/in behält ihre/seine Vermutung bei, dass eine größere Masse eine kleinere Schwingungsdauer hat. *“Ich glaube nicht, dass das sehr genau ist.”* (über die eigene Messung)

	Masse 1	Masse 2 (in 5)	Masse 3 (in 5)
1	5,81 s	5,93 <sub>2</sub>	5,93
2	6,10 s	5,87	5,81
3	5,95 s	5,81	5,87
4	6,17 s	5,89	5,81
5	5,98 s	5,86	5,87
6	6,04 s	5,86	5,87
7	5,87 s	5,82	5,82
8	5,95 s	5,9	5,92
9	5,98 s	5,89	5,89
10	5,87	5,92	5,92



# Zur Relevanz von Messunsicherheiten im Unterricht

## Schüler:innen-Vorstellungen

- Punkt-Vorstellung („point paradigm“)
  - ein einzelner Messwert ist der „wahre Wert“
  - Messunsicherheiten lassen sich – wenn man gut genug misst – vermeiden
  - bei mehreren Messungen ist „immer“ ein besonderer Wert ausschlaggebend
- Mengen-Vorstellung („set paradigm“)
  - eine Messwert*verteilung* mit Bestwert und Streuung beschreibt das Ergebnis einer Messung
  - Messunsicherheiten sind unvermeidlich

(Allie, Buffler, Lubben & Campbell, 2002)

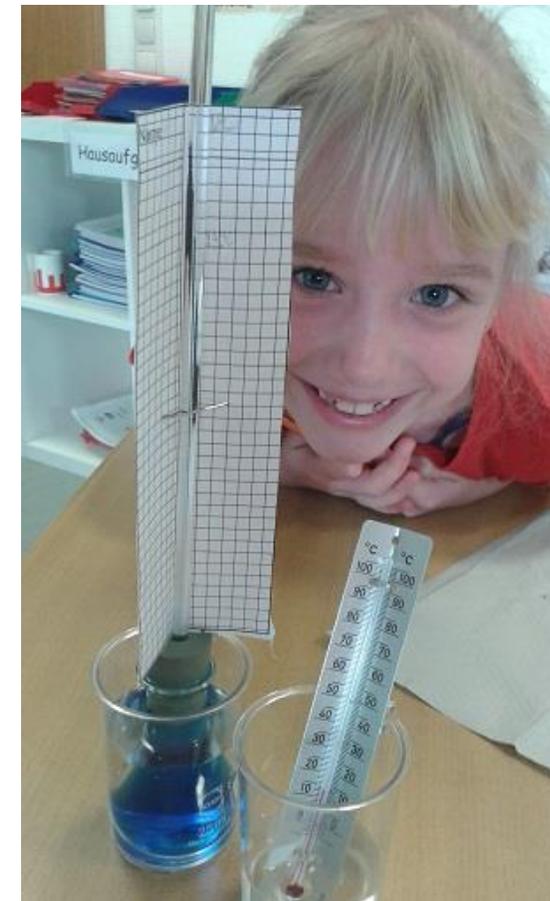
## Zur Relevanz von Messunsicherheiten im Unterricht

### Beispiel 3: Temperaturmessungen

- Schüler/innen messen Temperaturen an verschiedenen Stationen:  
z. B. Eiswasser, Leitungswasser, im Klassenzimmer, auf der Heizung, auf dem Schulhof, im warmen/heißen Teewasser, Körpertemperatur, ggf. weitere Stationen
- Frage: Warum erhalten wir unterschiedliche Werte für die abgelesenen Raum-Temperaturen?

*Antworten von Schüler/innen:*

*Verschiedene Messgeräte, unterschiedliche Messorte, unterschiedliche Handhabung, Anzeige noch nicht „stabil“, ...*



## Zwischenfazit

- Schüler/innen können aufgrund empirischer Daten (auf der Basis ihres Wissens) mit „logischen“ Folgerungen zu physikalisch falschen Schlüssen kommen
- Der “Trugschluss” entsteht z. T. durch ein mangelndes Verständnis von Messprozessen und Messunsicherheiten

## Zur Relevanz von Messunsicherheiten im Unterricht

**Experimente, in denen die empirische Evidenz *nicht* Grundlage von Schlussfolgerungen ist:**

- Präsentation eines Effektes oder Phänomens
- Abschätzung eines Wertes und die Veranschaulichung seiner experimentellen Bestimmung
- Aufzeigen eines Trends oder prinzipiellen Verlaufs
- Veranschaulichung der Gültigkeit einer Theorie oder Annahme

**-> Qualitativer Umgang mit Messdaten**

## Zur Relevanz von Messunsicherheiten im Unterricht

**Experimente, in denen die empirische Evidenz Grundlage von Schlussfolgerungen ist:**

- Messung eines (un)bekannten Wertes
- Prüfung einer Hypothese
- Bestätigung eines funktionalen Zusammenhanges

**-> Quantitativer Umgang mit Messdaten;  
Datenqualität muss durch Messunsicherheiten abgeschätzt werden**

(Kok, Boczianowski & Priemer, 2020)

## Sachstrukturmodell

### Messunsicherheiten auf Niveau der Klassenstufen 7 bis 10+

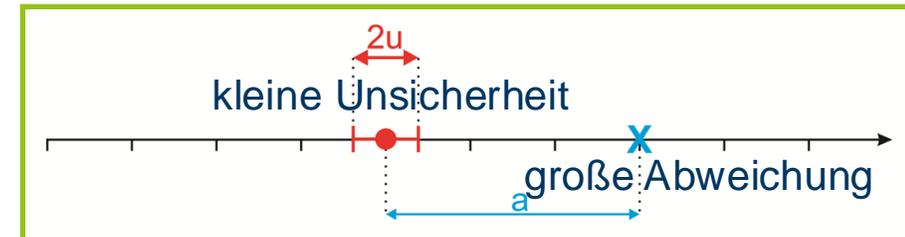
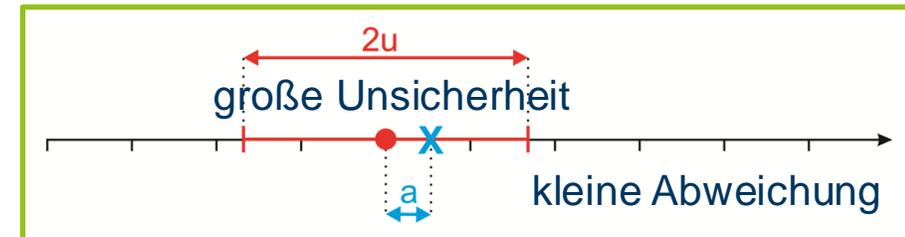
- Grundsätzliche Existenz von Messunsicherheiten  
(Ursachen von Messunsicherheiten, Messunsicherheiten und Messabweichung)
- Einfluss von Messunsicherheiten auf das Messwesen  
(Ziel der Messung, Ergebnis der Messung)
- Erfassung von Messunsicherheiten  
(direkte Erfassung von Messunsicherheiten, Fortpflanzung von Unsicherheiten)
- Aussagekraft von Messunsicherheiten  
(Verlässlichkeit der Messung, Vergleich von Messwerten, Ausgleichsgeraden)

(Hellwig, 2012)

## Sachstrukturmodell (Auszug)

### Messunsicherheiten und Messabweichung

- Messunsicherheit: Maß für die Variabilität der Werte, die sich bei der Messung ergeben können
- Messabweichung: Unterschied zwischen Messergebnis (Bestwert) und Referenzwert



(GUM, 2008)

# Sachstrukturmodell (Auszug)

## Messunsicherheit

■ bei einmaliger Messung: Güte des Messgeräts (z. B. „Zollstock“)

■ bei wiederholten Messungen: Streumaß der Verteilung (z. B. „Zeitmessungen“)

-z. B. Standardabweichung (des Mittelwertes)

-z. B. Das Maximum aller Abstände der Messwerte vom Bestwert (Mittelwert)

$$u_{\min-\max} = \max(\bar{x} - x_1, x_N - \bar{x}), \text{ mit } x_i < x_{i+1}$$

Genauigkeitsklasse



	Masse 1
1	5,81 s
2	6,10 s
3	5,95 s
4	6,17 s
5	5,98 s
6	6,04 s
7	5,87 s
8	5,95 s
9	5,98 s
10	5,87 s

## Sachstrukturmodell (Auszug)

### absolute und relative Messunsicherheit

■ absolute Messunsicherheit  $\Delta U$

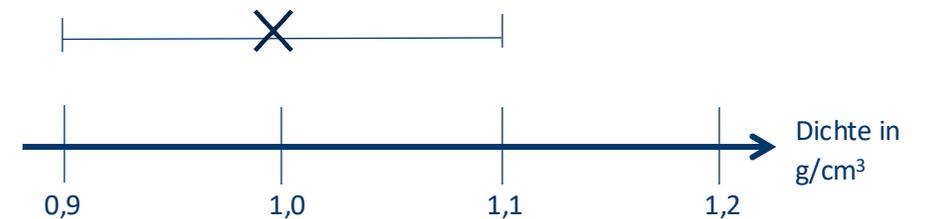
$$U_{\text{Ergebnis}} = U_{\text{Messwert}} \pm \Delta U$$

Bsp.: Dichte  $\rho = (1,0 \pm 0,1) \text{ g/cm}^3$

■ relative Messunsicherheit  $\delta U$

$$\delta U = \Delta U / U_{\text{Messwert}}$$

Bsp.: Dichte  $\delta \rho = \frac{0,1 \text{ g/cm}^3}{1,0 \text{ g/cm}^3} = 0,1 = 10 \%$



# Sachstrukturmodell (Auszug)

## Fortpflanzung von Messunsicherheiten

Funktion	Gauß'schen Fortpflanzung	Annäherung
$z = ax$	$\sigma_z =  a \sigma_x$	$u_z \approx  a u_x$
$z = ax \pm by$	$\sigma_z = \sqrt{a^2\sigma_x^2 + b^2\sigma_y^2}$	$u_z \approx au_x + bu_y$
$z = xy, z = \frac{x}{y}$	$\sigma_z =  z  \sqrt{\left(\frac{\sigma_x}{x}\right)^2 + \left(\frac{\sigma_y}{y}\right)^2}$	$u_z \approx  z  \left( \frac{u_x}{ x } + \frac{u_y}{ y } \right)$
$z = ax^b$	$\sigma_z = \left  z \frac{b\sigma_x}{x} \right $	$u_z \approx \left  z \frac{bu_x}{x} \right $
$z = a \log_n(bx)$	$\sigma_z = \left  a \frac{\sigma_x}{x \ln(n)} \right $	—
$z = a^{bx}$	$\sigma_z = \sigma_z =  zb \ln(a)\sigma_x $	—
$z = a \sin(bx)$	$\sigma_z =  ab \cos(bx)\sigma_x $	—
$z = a \cos(bx)$	$\sigma_z =  ab \sin(bx)\sigma_x $	—
$z = a \tan(bx)$	$\sigma_z =  ab \sec^2(bx)\sigma_x $	—

## Sachstrukturmodell (Auszug)

### Fortpflanzung von Messunsicherheiten

■ in Summen und Differenzen addieren sich die absoluten Messunsicherheiten

Bsp.: Bestimmung des Volumens eines Körpers durch Eintauchen in eine Flüssigkeit und Messung der Volumenveränderung in einem Messbecher

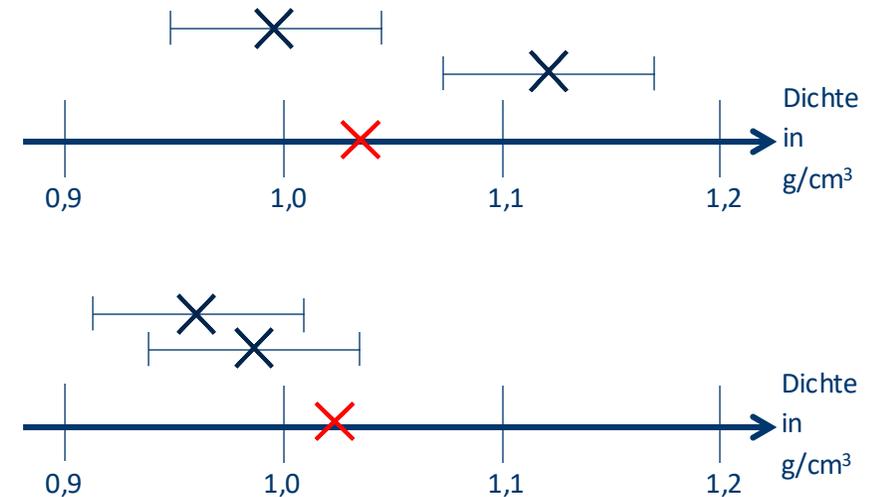
■ in Produkten und Quotienten addieren sich die relativen Messunsicherheiten

Bsp.: Bestimmung einer Geschwindigkeit  $v = s / t$  aus Weg- und Zeitmessungen

## Sachstrukturmodell (Auszug)

### Vergleich von Messergebnissen

- zwei Messungen sind *nicht* verträglich (*nicht* miteinander vereinbar), wenn sich die Unsicherheitsintervalle *nicht* überschneiden
- zwei Messungen sind verträglich (miteinander vereinbar), wenn sich die Unsicherheitsintervalle überschneiden



Referenzwert

## Fortpflanzung von Messunsicherheiten

### Beispiel: Bestimmung der Fallbeschleunigung mit dem Fadenpendel

- Ziel der Messung:  $g$  mit einem Fadenpendel und einer relativen Unsicherheit von 5% bestimmen
- Vorgehen: Planung des Experiments unter diesem Blickwinkel
- Messgleichung:  $T = 2\pi \sqrt{\frac{l}{g}}$ , d.h.  $g = \frac{4\pi^2 l}{T^2}$
- $u_{\text{rel}}(g) = 2 u_{\text{rel}}(T) + u_{\text{rel}}(l)$ , z. B.  $5\% = 2 \cdot 2\% + 1\%$
- Pendellänge: 100 cm mit  $u_{\text{abs}}(l) = 1 \text{ cm}$  (1%);  
(ginge vermutl. noch „besser“: 100 cm mit  $\pm 0,5 \text{ cm}$  ergäbe 0,5%)



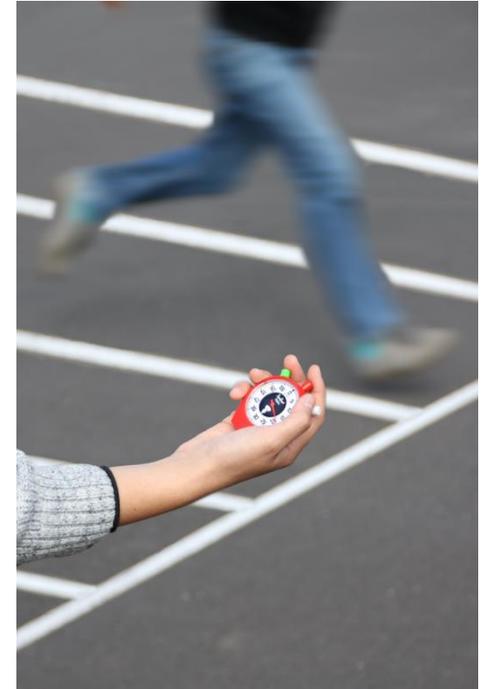
- Zeitmessung (Variante 1): 100 cm Pendel hat ca.  $T = 2\text{s}$ ; Reaktionszeit ca.  $u_{\text{abs}}(T) = 0,6\text{ s}$  (0,3 s für Start und Stopp)  
d.h. bei 15 Schwingungen ( $t = 30\text{ s}$ ) mit  $u_{\text{abs}} = 0,6\text{ s}$  ergibt  $u_{\text{rel}}(T) = 2\%$ .
- Zeitmessung (Variante 2): 100 cm Pendel hat ca.  $T = 2\text{s}$ ; Reaktionszeit ca.  $u_{\text{abs}}(T) = 0,1\text{ s}$  (0,05 s für Start und Stopp)  
d.h. bei 15 Schwingungen ( $t = 30\text{ s}$ ) mit  $u_{\text{abs}} = 0,1\text{ s}$  ergibt  $u_{\text{rel}}(T) = 0,5\%$ .

	$u_{\text{abs}}(T) = 0,6\text{ s}$ (bei 15 Schwingungen)	$u_{\text{abs}}(T) = 0,1\text{ s}$ (bei 15 Schwingungen)
$u_{\text{abs}}(l) = 1\text{ cm}$	$1\% + 2 \cdot 2\% = 5\%$	$1\% + 2 \cdot 0,5\% = 2\%$
$u_{\text{abs}}(l) = 0,5\text{ cm}$	$0,5\% + 2 \cdot 2\% = 4,5\%$	$0,5\% + 2 \cdot 0,5\% = 1,5\%$

## Bestimmung von Messunsicherheiten

### Beispiel: Zeitmessung beim Schulsport – 100 Meter-Lauf

- Außer auf Hochleistungsniveau wird als Startsignal die Startklappe genutzt
- Die Messung mit einem akustischen Signal ist mit einer Abweichung behaftet  
Grund dafür ist die Laufzeit des Signals von ca. 0,3 Sekunden
- Für „bessere“ Stoppuhren ergibt sich eine Unsicherheit von 0,01 Sekunden



- In erster Näherung: Reaktionszeit des Zeitnehmers (ca. 0,25 s) bei Start und Stopp gleich – die Effekte heben sich auf, also keine systematische Unsicherheit
- Aber: Reaktionszeit hat zufällige Komponente: zufällige Abweichung bei Start und Stopp im Mittel  $(0,25 \pm 0,05)$  s (mit Maximal-Werten und Rechteckverteilung gerechnet)
- diese Unsicherheit von 0,05 s ergibt sich bei Start und Stopp, insg. ist die zufällige Unsicherheit der Reaktionszeit deshalb 0,1 s

- Da sich die Unsicherheit der Reaktionszeit kaum verringern lässt, hat es wenig Sinn Ergebnisse genauer als auf 1/10 Sekunde anzugeben
- beachtlich ist die Abweichung (zu Gunsten der Sportler:innen)
- eine 14-jährige Schülerin könnte bei einem gemessenen Wert von 15,0 s gut argumentieren, dass die Leistung als  $15,0 \text{ s} \pm 0,1 \text{ s}$  zu werten ist (Gold-Medaille)
- weitere Unsicherheit: Ort des Überschreitens der Ziellinie

Einflussfaktor	Unsicherheit
<i>Abweichung</i>	<i>- 0,3 Sekunden</i>
Unsicherheit der Stoppuhr	$\pm 0,01$ Sekunden
Unsicherheit der Reaktionszeit	$\pm 0,1$ Sekunden
<b>Gesamtunsicherheit</b>	<b><math>\approx \pm 0,1</math> Sekunden</b>

♀	ALTER		14 - 15			16 - 17		
	Übung	(in Sek.)	Bronze	Silber	Gold	Bronze	Silber	Gold
SCHNELLIGKEIT	Laufen	(in Sek.)	100 m					
			18,1	16,5	14,9	17,1	15,8	14,5
	25 m Schwimmen	(in Sek.)	33,0	27,5	21,5	30,5	25,5	20,0
	200 m Radfahren	(fl. Start, in Sek.)	27,0	24,5	21,5	25,0	22,5	20,0
	Gerätturnen		Sprung			Sprung		

(<http://www.deutsches-sportabzeichen.de>)

# Bestimmung von Messunsicherheiten

## Beispiel: Zeitmessung beim Wettkampfschwimmen

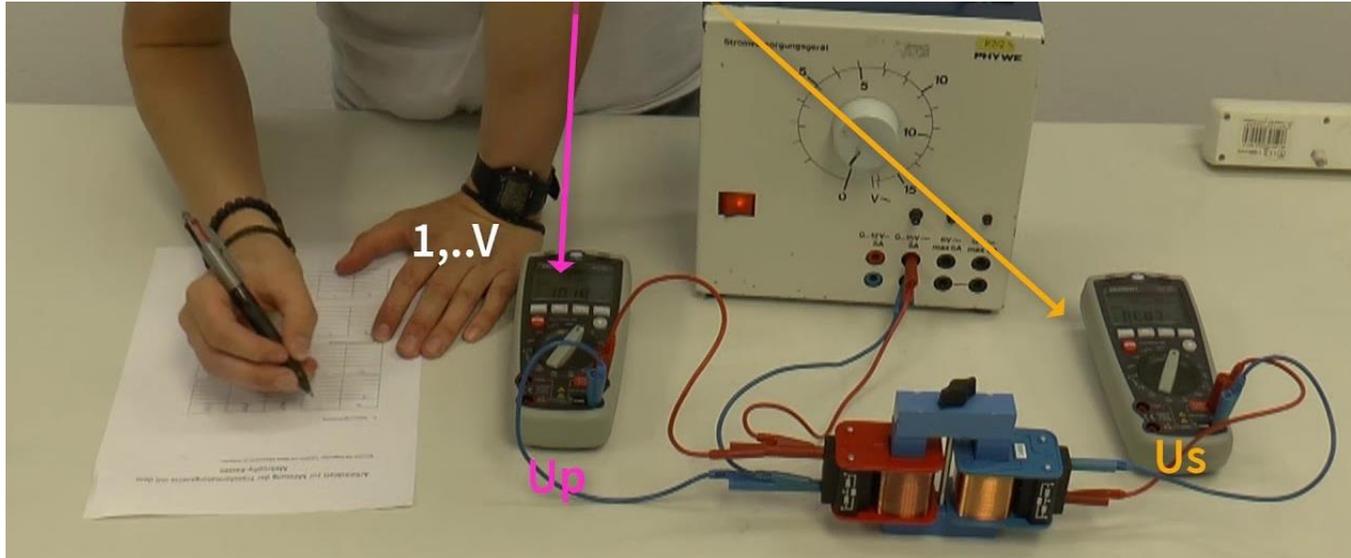
- Warum wird nicht genauer als  $1/100$  s gemessen?
- Weltrekord 100 m Freistil (Männer): 46,86 s (David Popovici)
- Ein:e Spitzenschwimmer:in hat eine Geschwindigkeit von ca. 2 m/s, legt in  $1/1000$  s also ca. 2 mm zurück
- Soll auf  $1/1000$  s genau gemessen werden, dann müssten die Bahnen der Schwimmer:innen im Schwimmbad auf 2 mm genau gleich lang sein...



<https://www.teamdeutschland-paralympics.de/news/details/para-schwimmen-zwei-weltrekorde-und-ein-europarekord-1>

# Bestimmung von Messunsicherheiten

## Beispiel: Unbelasteter Trafo



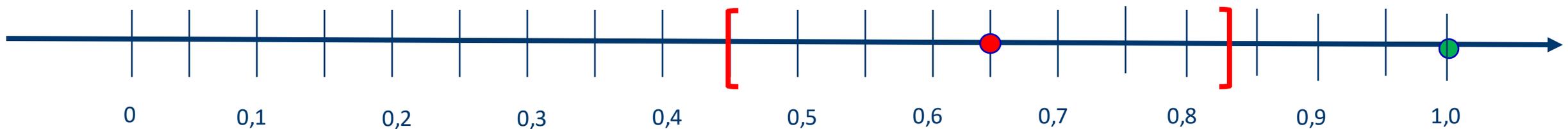
Auswertung:

Messung Nr.	$N_1$	$N_2$	$U_1$ in V	$U_2$ in V	$N_1:N_2$	$U_1:U_2$
1	1000	500	4	1,35	2	2,96
2	750	500	4	1,8	1,5	2,22
3	750	250	4	0,85	3	4,71
4	1000	250	4	0,45	4	8,89
5	250	250	4	3,1	1	1,29

- Bilde für jede Messung die Quotienten  $N_1:N_2$  und  $U_1:U_2$ !
- Vergleiche die Quotienten! Formuliere das Ergebnis des Vergleichs!

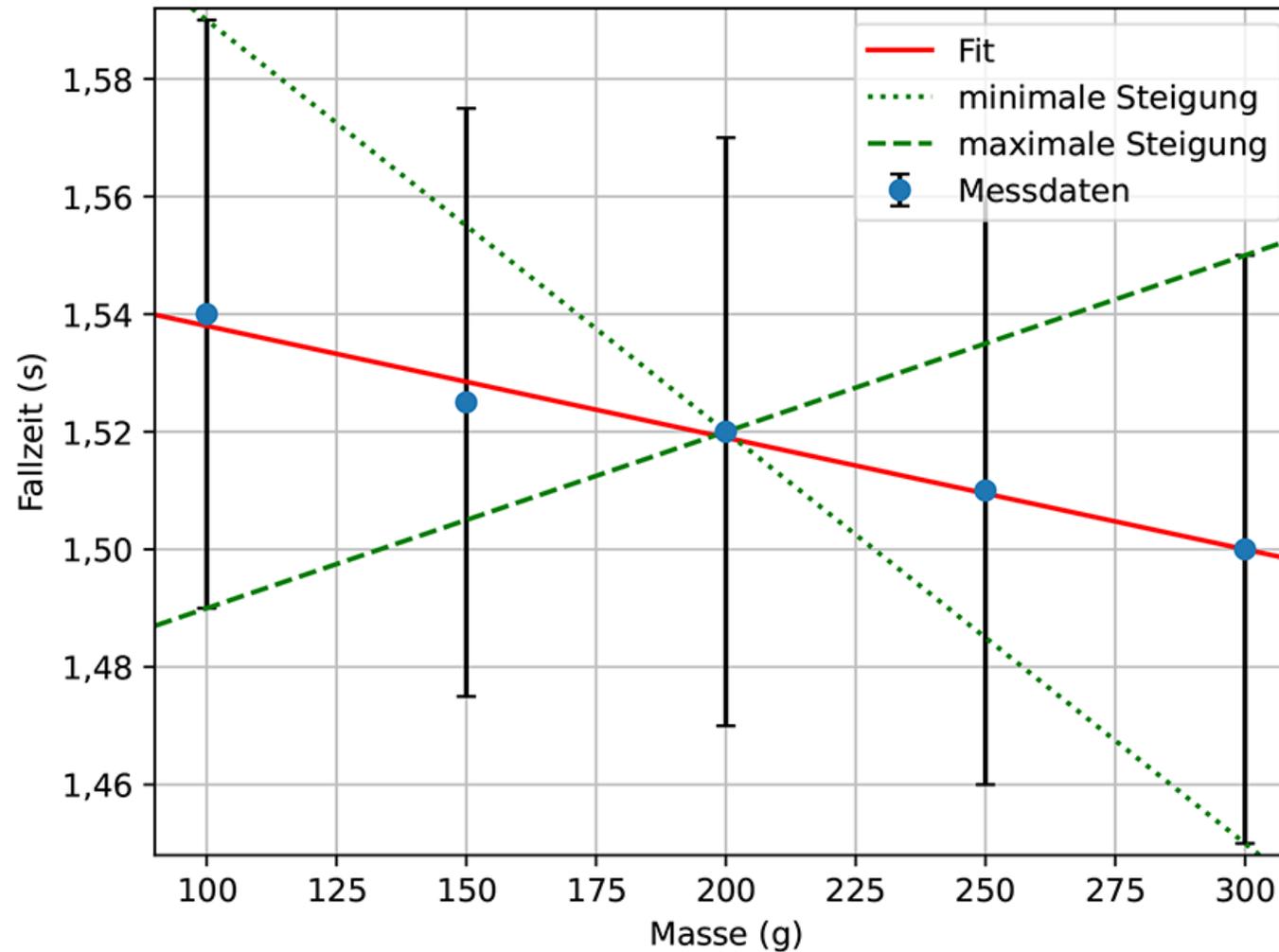
■ Idealer Trafo:  $N_1/N_2 = U_1/U_2$

■ Ergebnis:  $(N_1/N_2) / (U_1/U_2) = 0,64 \pm 0,19$ , Intervall: (0,45; 0,83)



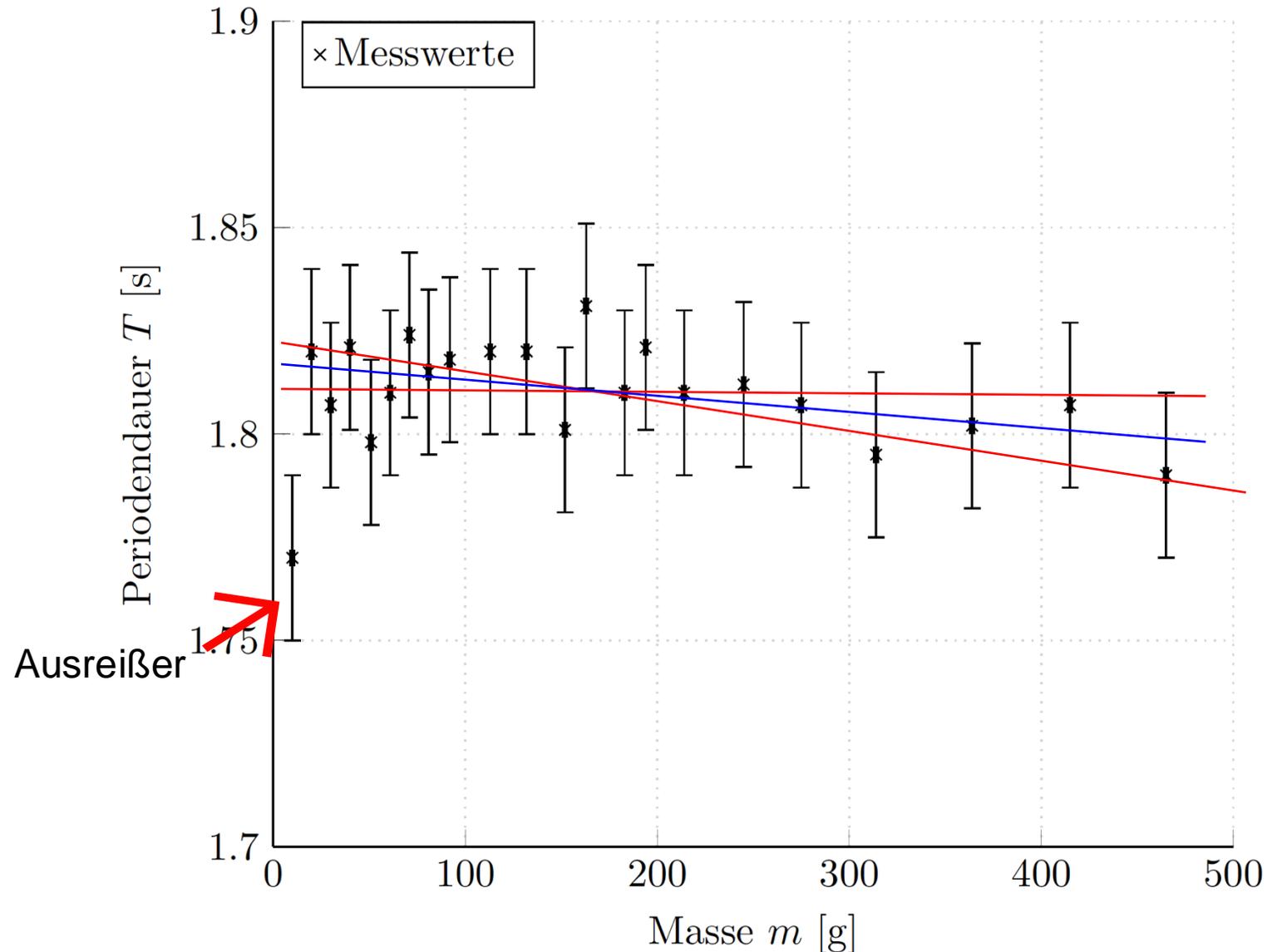
# Bestimmung von Messunsicherheiten

## Beispiel: Einfluss der Masse auf die Fallzeit



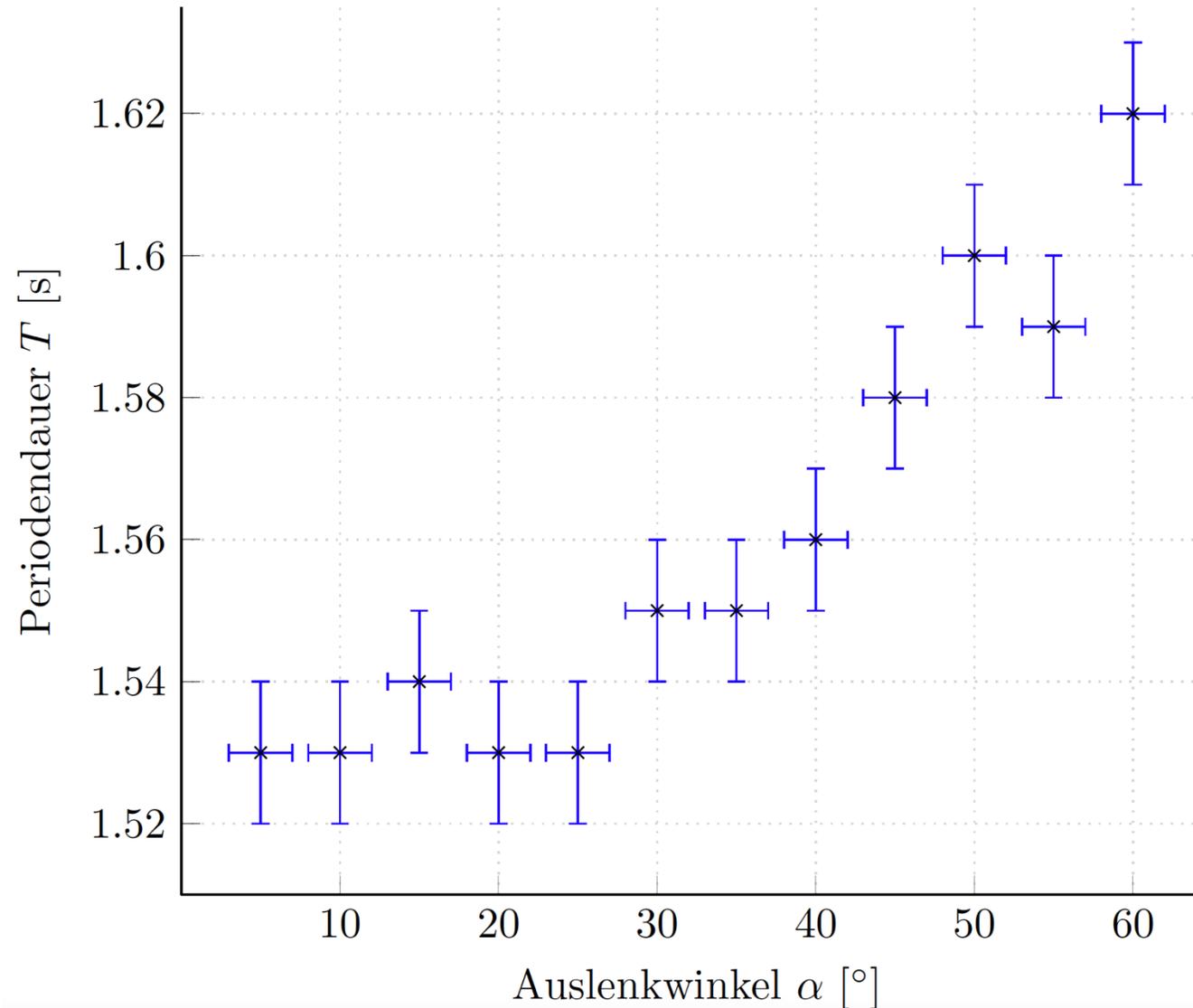
# Bestimmung von Messunsicherheiten

## Beispiel: Schwingungsdauer eines Fadenpendels



# Bestimmung von Messunsicherheiten

## Beispiel: Schwingungsdauer eines Fadenpendels



# Bestimmung von Messunsicherheiten

## Beispiel: Lehrevaluation

- Schulnoten von 1 (sehr gut) bis 6 (ungenügend) bei einer Befragung von Studierenden (im WS 2017/18) mit Standardabweichung
- meine Note:  $1,18 \pm 0,38$
- alle Dozierenden:  $2,05 \pm 1,02$
- Unsicherheitsintervalle überschneiden sich (leider)



## Fazit

- Messunsicherheiten sind immer dann relevant, wenn aus empirischen Daten geschlussfolgert wird
- Messunsicherheiten sollten als grundlegendes Konzept im gesamten naturwissenschaftlichen Unterricht auftauchen
- Messunsicherheiten sind kein “Extrathema“, sondern lassen sich in unterschiedlichem Umfang in den Unterricht integrieren
- Messunsicherheiten lassen sich ganz ohne bzw. mit elementarer Mathematik behandeln
- Messunsicherheiten zeigen ein adäquates Bild naturwissenschaftlichen Arbeitens auf

**Vielen Dank für Ihre Aufmerksamkeit!**



## Quellen und Literatur

### Digitale Quellen

- YouTube Kanal der „Didaktik der Physik HU-Berlin“
- Lehrer Online mit Lernumgebung „Messunsicherheiten interaktiv entdecken“

### Literatur

- Praxis der Naturwissenschaften 2/66, 2017: Heft zum Thema „Messen“
- Naturwissenschaften im Unterricht - Physik 177/178, 31. Jg., 2020: Heft zum Thema „Fehlerkultur“
- Plus Lucis 4/2021, Heft zum Thema „Messunsicherheiten – Sicher ist sicher!“
- Möhrke, P. & Runge, B.-U. (2020). Arbeiten mit Messunsicherheiten. Springer.
- Priemer, B. (2022). Unsicherheiten, aber sicher! Springer.

### Coming soon!

- Priemer, B. & Kok, K. (bald). Messunsicherheiten im Physikunterricht. Sammelband mit 27 Beiträgen für die Schulpraxis (in Druck)  
kostenlos als elektronisches Buch; erscheint im Winter 2024/Frühjahr 2025